MODUL 7
PROGRAMA LINIER-METODE DUA FASA

Pengantar

Metode simpleks dua fasa merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persoalan PL (programa linier) yang memiliki minimal satu fungsi pembatas dengan tanda (≥) atau tanda (=). Akan ada tahap I, untuk memperoleh nilai $Z_j = 0$, yang baru serta tahap II untuk mendapatkan jawaban optimalnya.

Bila ditunjukkan dengan grafik, maka daerah jawaban dibatasi oleh garis baru yang mengurangi luas daerah semula. Solusi yang didapatkan sangat mungkin tidak berubah dari solusi awalnya.

Jadi, metode Dua Fasa digunakan pada variable basis awal terdiri dari variable buatan. Pada metode ini proses optimasi dilakukan dalam dua tahap. Tahap pertama merupakan proses optimasi variable buatan, sedangkan proses optimasi variable keputusan dilakukan pada tahap kedua. Karena variable buatan sebenarnya tidak ada (hanya ada di atas kertas), maka tahap pertama dilakukan untuk memaksa variable buatan bernilai 0.

Sebagai gambaran, jika sebuah perusahaan *office furniture* biasa membuat meja dan kursi computer yang laku dijual masing-masing dengan harga Rp 250.000 dan Rp 200.000 per unit. Untuk membuat kedua produk tersebut, diperlukan proses *assembling* dan *finishing* dengan rincian sebagai berikut :

PROSES	MEJA	KURSI	KAPASITAS
Assembling	20	45	10.750
Finishing	30	25	9.750

Dari tabel di atas, dapat dilihat bahwa :

- Pembuatan meja membutuhkan 20 (satuan *assembling*) dan 30 (satuan *finishing*).
- Pembuatan kursi membutuhkan 45 (satuan *assembling*) dan 25 (satuan *finishing*).
- Total kapasitas proses assembling adalah 10.750 (satuan *assembling*), dan total kapasitas proses finishing adalah 9.750 (satuan *finishing*).

Bagaimana keputusan terbaiknya ? Berapa banyak meja dan/atau kursi yang dibuat agar memberikan keuntungan terbesar dengan tidak melampaui kapasitas(kendala) yang ada ?

Persoalan tersebut adalah Programa Linier dengan 2 variable keputusan (misalkan variabel jumlah meja = X_1 dan variable jumlah kursi = X_2).

Model PL-nya adalah sebagai berikut :

Max $Z = 250 X_1 + 200 X_2$

$20 X_1 + 45 X_2 + X_3 = 10750$

$30 X_1 + 25 X_2 + X_4 = 9750$

$X_1 \geq 100$

Perhatikan, bahwa ada pembatas ketiga $X_1 \geq 100$

Syarat lain adalah X_1 dan X_2 harus nonnegative

Solusinya :

Dapat dikerjakan dengan metode grafik (karena hanya ada2 variabel keputusan X_1 dan X_2) .

Daerah feasible adalah wilayah (100;0) – (325;0) – (200;150)-(100;194.4) yaitu daerah yang diarsir.

Nilai fungsi tujuan :

Titik (325;0)

Nilai Z = 250(325) + 200(0) = 81.250 (ribu rupiah) -> maksimal

Titik (200;150)

Nilai Z = 250(200) + 200(150) = 80.000 (ribu rupiah)

Titik (0;238,9)

Nilai Z = 250(0) + 200(238,9) = 47.780 (ribu rupiah)

Titik (100;194.4)

Nilai Z = 250(0) + 200(194.4) = 63.880(ribu rupiah)

Titik (100;0)

Nilai Z = 250(100) + 200(0)=25.000 (ribu rupiah)

Jawab :

Maka, rekomendasinya adalah membuat meja saja sebanyak 325 unit (sama seperti solusi semula).

Persoalan tersebut bila diselesaikan dengan metode simoleks haruslah dengan menggunakan metode dua fasa. Prosedurnya hamper sama dengan simpleks biasa, kecuali yang digunakan adalah variable *surplus* dan *artificial* , serta perlu 2 fasa penyelesaian.

Fasa 1 : untuk menghilangkan variable *artificial* dari basis dan tabulasi simpleks baru yang akan diikutkan pada fasa 2.

Fasa 2 : operasi simpleks untuk memperoleh jawab optimal

Bentuk standar dari soal di atas adalah sebagai berikut :

Max Z= $250 X_1 + 200 X_2 \quad - M X_6$

S/t $\quad 20 X_1 + 45 X_2 + X_3 = 10750$

$30 X_1 + 25 X_2 + X_4 = 9750$

$X_1 - X_5 + X_6 = 100$

- X_3 adalah variable *slack* untuk fungsi pembatas 1
- X_4 adalah variable *slack* untuk fungsi pembatas 2
- X_5 adalah variable *slack* untuk fungsi pembatas 3
- X_6 adalah variable *artificial* untuk fungsi pembatas 3(ingat, pembatas ini memiliki tanda ≥)
- M adalah koefisien dari fungsi tujuan *artificial* yang bernilai besar (big-M). Variabel *artificial* nilainya nanti adalah 0 (dari hasil akhir fasa 1 yang akan dikeluarkan dari tabel simpleks).

Langkah-langkah fasa 1:

- Buatlah tabel simpleks (seperti biasa)
- Selesaikan kolom *artificial* (kolom basis)
- Siapkan baris $Z_j - C_j$ dengan dua komponen terpisah, tanpa M dan yang dengan M
- Selesaikan fasa 1 ini dengan melibatkan $Z_j - C_j$ dengan M,. Lakukan serangkaian OBE sehingga variable *artificial* keluar dari basis.
- Lanjutkan ke fasa 2 (dengn memasukkan tabel akhir, tanpa kolom *artificial* dan memasukkan $Z_j - C_j$ yang tanpa M).

Tabel awal untuk fasa 1 :

Basis	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**X_6**	**Ruas Kanan**
X_3	20	45	1	0	0	0	10750
X_4	30	25	0	1	0	0	9750
X_6	1	0	0	0	-1	1	100
$Z_j - C_j$	-250	-200	0	0	0	M	0
	-250 – M	-200	0	0	M	0	-100M
$Z_j - C_j$	-250	-200	0	0	0	0	0
	-1	0	0	0	1	0	-100

Cara mengubah nilai-nilai pada baris $\mathbf{Z_j - C_j}$ (karena ada nilai M di kolom X_6 sehingga menjadi 0), adalah :

- Elemen (5;6)=(-M) x (1) + M = 0
- Elemen (5;1) = (-M) x (1) + (-250) =- 250 – M
- Elemen (5;2) = (-M) x (0) + (-200) = - 200
- Elemen (5;3) = (-M) x (0) + (0) = 0
- Elemen (5;4) = (-M) x (0) + (0) = 0
- Elemen (5;5) = (-M) x (-1) + (0) = M
- Elemen (5;7) = (-M) x (100) + (0) = -100M

Komponen $Z_j - C_j$ dipisahkan antara yang dengan M dan tanpa M, tanpa perlu dituliskan lagi M-nya. Baris $Z_j - C_j$ yang tanpaM diletakkan pada bagian atas (baris 6), sedangkan baris $Z_j - C_j$ yang dengan M di bagian bawahnya (baris 7). Basis pada tabel simpleks awal adalah X_3, X_4 , dan X_6 . Iterasi pertama fasa 1 dapat dimulai dengan hanya melibatkan komponen $Z_j - C_j$ yang dengan M.

Tabulasi simpleks persiapan di fasa 1 adalah (sudah dipilah-ulang hanya melibatkan baris $Z_j - C_j$ dengan M saja);

Basis	$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	$\mathbf{X_4}$	$\mathbf{X_5}$	$\mathbf{X_6}$	**Ruas Kanan**
$\mathbf{X_3}$	20	45	1	0	0	0	10750
$\mathbf{X_4}$	30	25	0	1	0	0	9750
$\mathbf{X_6}$	1	0	0	0	-1	1	100
$\mathbf{Z_j - C_j}$	-1	0	0	0	1	0	-100

Selanjutnya, lakukan serangkaian OBE untuk prosesiterasi pada fasa 1 ini. Lakukan OBE dengan baris $Z_j - C_j$ yang dengan M (matriks lengkapnya dapat ditampilkan lagi, dengan tambahan kolom rasio di kanannya) :

Basis	$\mathbf{X_1}$	$\mathbf{X_2}$	$\mathbf{X_3}$	$\mathbf{X_4}$	$\mathbf{X_5}$	$\mathbf{X_6}$	**Ruas Kanan**	**Rasio**
$\mathbf{X_3}$	20	45	1	0	0	0	10750	537.5

X_4	30	25	0	1	0	0	9750	325
X_6	1	0	0	0	-1	1	100	100
$Z_j - C_j$	-1	0	0	0	1	0	-100	

- Variabel yang akan masuk adalah X_1 (nilai $Z_j - C_j$ negative atau yang terkecil
- Variabel yang akan keluar adalah X_6 (nilai rasio ruas kanan/koefisien yang terkecil)
- Pivot adalah elemen (3;1) yang nilainya sudah 1 sehingga tidak perlu diubah
- Lakukan OBE pada baris 1,2 dan 4 dengan mengacu pada baris 3.

Hasil iterasi 1 fasa 1 :

Basis	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**X_6**	**Ruas Kanan**	**Rasio**
X_3	0	45	1	0	20	-20	8750	
X_4	0	25	0	1	30	-30	6750	
X_1	1	0	0	0	-1	1	100	
$Z_j - C_j$	0	0	0	0	0	1	0	

Akhir fasa 1 saat $Z_j - C_j$ di kolom ruas kanan = 0 (sudah nol). Lanjutkan ke fasa 2 dengan menghilangkan kolom X_6 (*artificial)* dan memasukkan baris $Z_j - C_j$ tanpa M yang semula.

Tabel awal fasa 2 :

Basis	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**Ruas Kanan**	**Rasio**
X_3	0	45	1	0	20	8750	437.5
X_4	0	25	0	1	30	6750	225
X_1	1	0	0	0	-1	100	-
$Z_j - C_j$	0	-200	0	0	-250	25000	

Selanjutnya lakukan iterasi :

- Variabel yang akan masuk adalah X_5 (nilai $Z_j - C_j$ negative atau yang terkecil
- Variabel yang akan keluar adalah X_4 (nilai rasio ruas kanan/koefisien yang terkecil)
- Pivot adalah elemen (2;5), bagi semua nilai pada baris 2 dengan 30
- Lakukan OBE pada baris 1, 3 dan 4 dengan mengacu pada baris 2.

Hasil iterasi 1 fasa 2 :

Basis	**X_1**	**X_2**	**X_3**	**X_4**	**X_5**	**Ruas Kanan**	**Rasio**
X_3	0	28.333	1	-0.667	20	4250	
X_4	0	0.833	0	0.033	1	225	
X_1	1	0	0	0.033	0	3250	
$Z_j - C_j$	0	8.333	0	8.333	0	81250	

Karena semua $Z_j - C_j$ sudah 0 atau positiff, artinya solusi sudah optimal, dengan hasilnya diperoleh :

- $X_1 = 325$
- $X_2 = 0$
- $X_3 = 4250$
- $X_4 = 0$
- $X_5 = 225$
- $X_6 = 0$

Dengan Z = 81.250

Tetap hanya membuat meja sebanyak 325 unit (seperti jawaban semula).

Penutup

Sampai dengan modul ini, kita sudah mempelajari Program Linier Metode Grafik, Program Linier Metode Simpleks dan Program Linier Metode Dua Fasa. Program Linier merupakan suatu alat yang digunakan untuk menyelesaiakan masalah optimasi suatu model linear dengan keterbatasan-keterbatasan sumber daya

yang tersedia.ProgramLinear banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi dalam industry, perbankan, pendidikan dan masalah-masalah lain yang dapat dinyatakan dalam bentuk linear. Bentuk linear disini berarti bahwa seluruh fungsi dalam model ini merupakan fungsi linear.

Secara umum, fungsi pada model ini ada dua macam, yaitu fungsi tujuan dan fungsi pembatas. Fungsi tujuan dimaksudkan untuk menentukan nilai optimum dari fungsi tersebut yaitu nilai maksimal untuk masalah keuntungan dan nilai minimal untuk masalah biaya. Fungsi pembatas diperlukan berkenaan dengan adanya keterbatasan sumber daya, misalnya jumlah bahan baku yang terbatas, waktu kerja, jumlah tenaga kerja, dan sebagainya. Tujuan utama dari program liniear ini adalah menentukan nilai optimum (maksimal/minimal) dari fungsi tujuan yang telah ditetapkan.

Referensi :

Materi diambil dari buku :

Noer, Bustanul Arifin. 2010. Belajar Mudah Riset Operasional. Yogyakarta : ANDI.